OMEZRA

**Politécnica UFRJ**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO**
**ESCOLA POLITÉCNICA**

**CONCURSO DE PROVAS E TÍTULOS DO MAGISTÉRIO SUPERIOR**

**EDITAL N° 377 DE 25/05/2022, PUBLICADO NO DOU N° 102 DE 31/05/2022**

**DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS – SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS – VAGA MC-024**

## QUESTÕES - PROVA ESCRITA

Conforme o Inciso III do Artigo 35 da Resolução n° 15/2020 do CONSUNI, seguem as questões da Prova Escrita:

1. **(PONTO 7)**

Considere a viga composta de uma matriz de resina com cabos de aço em seu interior, conforme mostrado na figura 1. O ensaio de tração da resina também é indicado na figura 1, assim como a disposição dos fios de aço na seção transversal da viga.

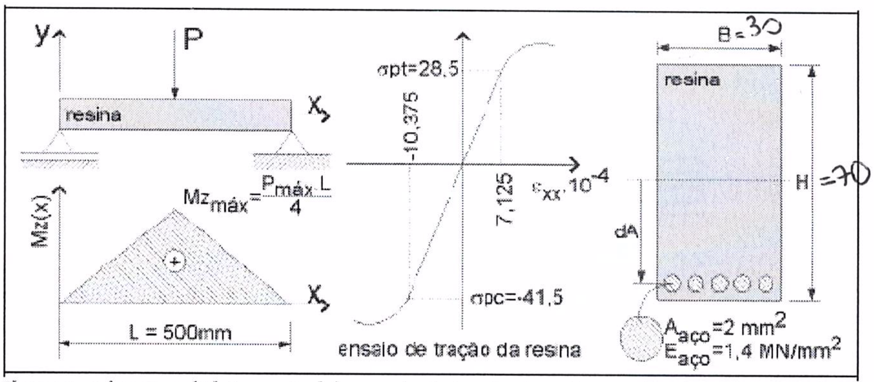



**Figura 1 – Viga de múltiplos materiais, ensaio de tração da resina e cabos de aço no interior.**

O objetivo do projeto é fazer com que haja um aproveitamento máximo das propriedades mecânicas da resina. Deseja-se que, quando ocorrer o carregamento máximo, a resina esteja simultaneamente sujeita à sua máxima tensão de compressão na parte superior (41,5 $Nmm^2$), e à sua máxima tensão de tração na parte inferior (28,5 $N/mm^2$).

Pode-se ajustar a posição da linha neutra para que essas duas tensões ocorram na resina, como mostrado na figura 2. Por meio da introdução de fios de aço pode-se levantar ou abaixar a posição da linha neutra.

Dados: **H** = 70 mm, **B** = 30 mm e **dA** = 32 mm, qual o número de fios de aço a serem adicionados para que esse requisito de projeto seja satisfeito? Nesta situação, qual a carga $P_{máx}$ que a viga pode suportar, e quais são as tensões máximas atuantes no aço?

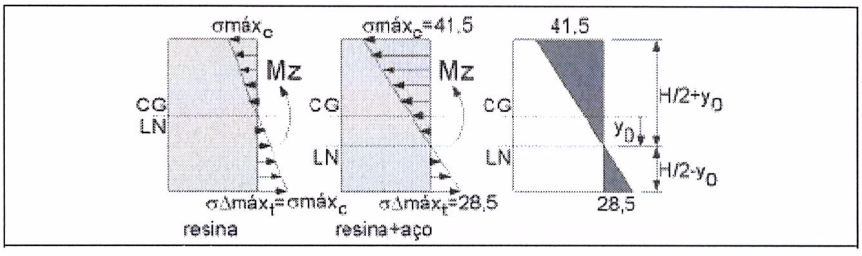
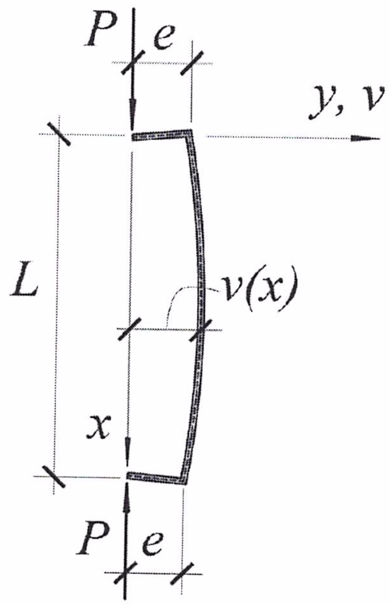



**Figura 2 – Posição da linha neutra para que as tensões atuem simultaneamente.**

**4. (PONTO 11)**




Considere a coluna excentricamente comprimida da figura ee a teoria clássica das vigas. $P$ é a força normal e $e$ é o valor das excentricidades em ambas extremidades. A origem do sistema de coordenadas $xy$ é definida no ponto de aplicação da força na extremidade superior. A posição da deformada elástica na direção $y$ é representada por $v(x)$. O comprimento da coluna é $L$, o módulo de elasticidade do material é $E$ e o momento de inércia da seção transversal da coluna é $I$.

Pede-se

estabelecer a equação diferencial da deformada $v(x)$ e a forma geral da solução,

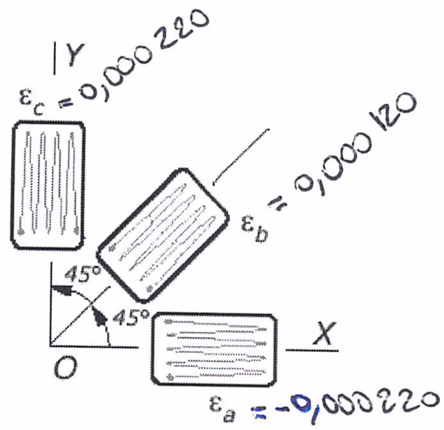
determinar as constantes a partir de condições de contorno,

apresentar a expressão final da deformada $v(x)$, e

determinar a excentricidade $v(L/2)$, em $x = L/2$.

Sugestões: Podem ser adotadas outras convenções de sinais, mas considerando o momento fletor como $M = -\int_A \sigma y \, dA$ tem-se $d^2v/dx^2 = M/EI$ e $M(0) = M(L) = -Pe$.

**3. (PONTO 8)**




Um dispositivo medidor de deformação do tipo roseta retangular está conectado a uma estrutura de aço tensionada. As deformações medidas pelo dispositivo são $\varepsilon_a = \varepsilon_{0^0} = -0.000220$, $\varepsilon_b = \varepsilon_{45^0} = +0.000120$ e $\varepsilon_c = \varepsilon_{90^0} = +0.000220$, respectivamente. Considerando o módulo de elasticidade $E =$ 200 GPa e o coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$, pede-se determinar

as deformações no sistema de coordenadas $xy$,

as deformações principais,

as direções das deformações principais,

as tensões principais, e

as direções das tensões principais.

OMEZRA

$C_c^2 = \frac{2\pi^2 E}{\sigma_y}$

$\tau_{T} = \frac{T}{2 \cdot t \bar{A}}$

$\tau = \frac{Q \cdot m_e}{I t}$

$\tau = \frac{Q_y \, m_{ez}}{I_z \cdot 2t}$

$< C_c$ $\quad <$ $\sigma_{cr} = \sigma_y\left[1 - \frac{\left(\frac{Le}{r}\right)^2}{2C_c^2}\right]$

LONGAS $\frac{Le}{r} > C_c$

$\sigma_{adm} = \frac{\pi^2 E}{1{,}92\left(\frac{Le}{r}\right)^2}$

$> \quad \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{Le}{r}\right)^2} \Rightarrow$

CURTO

$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_y}{C_S}\cdot\left[1 - \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{Le/r}{C_c}\right)^2\right]\right.$

$P_{cr} = \frac{\pi^2 m^2 EI}{L^2}$

$v(x) = C_1\cos\psi x + C_2\sin\psi x$

$EI v''(x) + P v(x) = 0$

$v(x) = C_1\cos\psi x + C_2\sin\psi x + \delta$

$P_{cr} = \frac{m^2\pi^2 EI}{4L^2}$

$v''(x).EI - P\delta + P v(x)$

$P(e + v(x)) + M = 0$

$v''(x) + v(x)\psi^2 = -\psi^2 e$

$\sin\left(\frac{\psi L}{2}\right)\cos\left(\frac{\psi L}{2}\right) C_2 = e\sin^2\left(\frac{\psi L}{2}\right)$

$C_2 = e\tan\left(\frac{\psi L}{2}\right)$

$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$\sigma' = M.\sigma.M^T$

$v(x) = e\cos\psi x + e\tan\left(\frac{\psi L}{2}\right)\sin\psi x - e$

$\sigma_x' = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_y - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$

$v(x)_{max} = e\left(\sec\left(\frac{\psi L}{2}\right) - 1\right)$

$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$

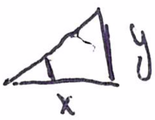
$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{Pe.\sec\left(\frac{\psi L}{2}\right)}{I}$

$\sigma_{Adm} = \frac{\sigma_{cr}}{C_S} =$

$\sigma_y' = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta - \tau_{xy}\sin 2\theta$

$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$[1 + \varepsilon(\theta)]^2 = dx^2(1+\varepsilon_x)^2 + dy^2(1+\varepsilon_y)^2 - 2.\, dx(1+\varepsilon_x)\, dy(1+\varepsilon_y)\cos\left(\frac{\pi}{2}+\gamma_{xy}\right.$




$C_c^2 = \frac{2\pi^2 E}{\sigma_y}$

$\sigma_{Adm} = \frac{\sigma_{cr}}{C_S}$

$\sigma_{cr} = \sigma_y.\left[1 - \left(\right.\right.$

$\begin{matrix} c & s \\ -s & c \end{matrix}$

$\sigma_x dA\sin\theta - \frac{\tau' dA}{\cos\theta} = 0 \Rightarrow \tau' = \sigma_x\sin\theta\cos\theta$

CURTA.

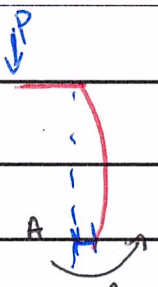
$\frac{\sigma' dA}{\cos\theta} - \sigma_x dA\cos\theta = 0 \Rightarrow \sigma' = \sigma_x\cos^2\theta$

$C_S = \frac{5}{3} + \frac{3}{8}\cdot\frac{Le/r}{C_c} - \frac{1}{8}\left(\frac{Le/r}{C_c}\right)^3$

| PROVA ESCRITA 05/12/2022 | CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO |
|---|---|
| | OMEZRA |

**RESPOSTA QUESTÃO** 4

4/




QUESTÃO 4

$\Sigma M_A = 0 \therefore P(e+v(x)) + M = 0$

COMO $EI v''(x) = M(x)$, SUBST. NA EQ.(I):

$P(e+v(x)) + EI v''(x) = 0 \quad \therefore (1/EI)$

ADOTANDO $\psi^2 = \dfrac{P}{EI}$

$$\psi^2 e + \psi^2 v(x) + v''(x) = 0$$

A SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL É DADA POR:

$v(x) = C_1 \cos\psi x + C_2 \operatorname{sen}\psi x - e \quad (I)$

$v'(x) = -C_1 \psi \operatorname{sen}\psi x + C_2 \psi \cos\psi x$

APLICANDO AS CONDIÇÕES DE CONTORNO

$v(0) = 0 \therefore C_1 = e$

$v(L) = 0 \therefore e \cdot \cos\psi . L + C_2 \operatorname{sen}\psi . L - e = 0 \quad \times (\cos\psi L)$

$\cancel{C_2 = e + \cos\psi L}$

$e\cos^2\psi L + C_2 \operatorname{sen}\psi L \cos\psi L - e = 0$

$\operatorname{sen}\psi L \cos\psi L \, C_2 = e - e\cos^2\psi L \quad (II)$

| PROVA ESCRITA 05/12/2022 | CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO |
|---|---|
| | OMEZRA |

**RESPOSTA QUESTÃO** 4

SUBSTITUINDO AS IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS NA EQ. (II)

$$\cos\left(\frac{\psi L}{2}+\frac{\psi L}{2}\right) = \cos\frac{\psi L}{2}\cos\frac{\psi L}{2} - \sin\frac{\psi L}{2}\sin\frac{\psi L}{2}$$

$$\cos(\psi L) = \cos^2\frac{\psi L}{2} - \sin^2\frac{\psi L}{2} \quad (III)$$

$$\sin^2\frac{\psi L}{2} + \cos^2\frac{\psi L}{2} = 1 \quad (IV)$$

$$\sin\left(\frac{\psi L}{2}+\frac{\psi L}{2}\right) = \sin\frac{\psi L}{2}\cos\frac{\psi L}{2} + \sin\frac{\psi L}{2}\cos\frac{\psi L}{2}$$

$$= 2\sin\frac{\psi L}{2}\cos\frac{\psi L}{2} \quad (V)$$

SUBS. NA EQ. (II), TEM-SE

$$\sin\left(\frac{\psi L}{2}\right)\cos\left(\frac{\psi L}{2}\right) \cdot c_2 = e\sin^2\left(\frac{\psi L}{2}\right)$$

$$c_2 = e \cdot \tan\left(\frac{\psi L}{2}\right)$$

Politécnica UFRJ

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO**
**ESCOLA POLITÉCNICA**
**DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS**
**SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS**

Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024.

Edital n° 377, de 25 de maio de 2022. | DOU nº 102, de 31 de maio de 2022.

| PROVA ESCRITA 05/12/2022 | CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO |
|---|---|
| | OMEZRA |

## RESPOSTA QUESTÃO 4

SUBSTITUINDO OS VALORES DAS CONSTANTES NA EQUAÇÃO (I)

~~DIFERENCIAL~~

$$v(x) = c_1 \cos \psi x + c_2 \operatorname{sen} \psi x - e$$

$$v(x) = \underbrace{e}_{c_1} \cos \psi x + \underbrace{e \tan\left(\frac{\psi L}{2}\right)}_{c_2} \operatorname{sen} \psi x - e$$

$v_{MAX}$ $(x = L/2)$

$$v(L/2) = e \cos \psi L/2 + e \cdot \frac{\operatorname{sen} \psi L/2}{\cos \psi L/2} \operatorname{sen} \psi L/2 - e$$

$$v(L/2) = \frac{\overbrace{e \cos^2 \psi L/2 + e \operatorname{sen}^2 \psi L/2}^{e}}{\cos \psi L/2} - e$$

$$v(L/2) = \frac{e}{\cos \psi L/2} - e = e \cdot \left(\sec(\psi L/2) - 1\right)$$

| Politécnica UFRJ | UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO<br>ESCOLA POLITÉCNICA<br>DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS<br>SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS |
|---|---|
| Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024. | |
| Edital nº 377, de 25 de maio de 2022. | DOU nº 102, de 31 de maio de 2022. |

| PROVA ESCRITA<br>05/12/2022 | CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO |
|---|---|
| | OMEZRA |

**RESPOSTA QUESTÃO** 4

como $\psi = \sqrt{\frac{P}{EI}}$

$$v(L/2) = e\left[\sec\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \cdot \frac{L}{2}\right) - 1\right]$$

$$v(L/2) = e\left[\sec\left(\sqrt{\frac{PL^2}{EI\,4}}\right) - 1\right]$$

| Politécnica UFRJ | UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO<br>ESCOLA POLITÉCNICA<br>DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS<br>SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS |
|---|---|
| Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024. | |
| Edital n° 377, de 25 de maio de 2022. | DOU n° 102, de 31 de maio de 2022. |

| PROVA ESCRITA<br>05/12/2022 | CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO |
|---|---|
| | OMEZRA |

**RESPOSTA QUESTÃO** 1

(1)

MÓDULO DE ELASTICIDADE DA RESINA

$$E_R = \frac{28{,}5}{7{,}125 \times 10^{-4}} = 40\,000 \text{ MPa} \quad \text{(ENSAIO DE TRAÇÃO)}$$

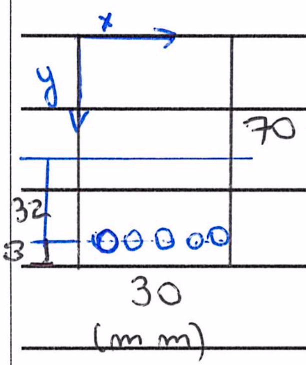
$$= 4 \times 10^4 \text{ MPa}$$

$$E_S = 1{,}4 \times 10^6 \text{ MPa}$$

RAZÃO MODULAR

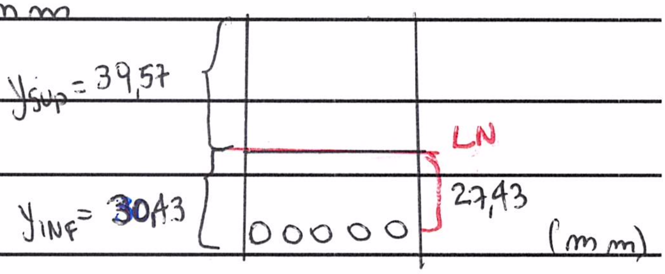
$$n = \frac{1{,}4 \times 10^6}{4 \times 10^4} = 35$$

POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA




$$\bar{y} = \frac{\overbrace{70 \times 30 \times 35}^{\text{RESINA}} + \overbrace{2 \times 5 \times (32+35)}^{\text{AÇO}} \times \overbrace{35}^{n}}{70 \times 30 + 2 \times 5 \times \underbrace{35}_{n}}$$

$$\bar{y} = 39{,}57 \text{ mm}$$



| Politécnica UFRJ | UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO<br>ESCOLA POLITÉCNICA<br>DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS<br>SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS |
|---|---|
| Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024. | |
| Edital nº 377, de 25 de maio de 2022. | DOU nº 102, de 31 de maio de 2022. |

| PROVA ESCRITA<br>05/12/2022 | CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO |
|---|---|
| | OMEZRA |

**RESPOSTA QUESTÃO** 1

$|\sigma_{MAX C}| = 41,5$ MPa $\quad y_{SUP} = 39,57$ mm

$|\sigma_{MAX T}| = 28,5$ MPa $\quad y_{INF} = 30,43$ mm

$$M = \frac{P.L}{4} = 125P$$

$$\sigma = \frac{My}{I} \quad \therefore \quad A_s = 2\,mm^2 \Rightarrow \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow$$

$d = 1,59$ mm

CÁLCULO DA INÉRCIA

$$I = \frac{30 \times 70^3}{12} + 30 \times 70 \times (35-39,57)^2 + 5\left(\frac{\pi . 1,59^2}{64} \times 35 + 2 \times 27,43^2 \times 35\right)$$

$I_o$ $\quad y_c$

$I = 1,16 \times 10^6\ mm^4$

SUBSTITUINDO NA EQUAÇÃO DE TENSÃO NORMAL

$$\sigma_c = \frac{0,25 PL \cdot 39,57}{I} \Rightarrow \frac{41,5 \cdot 1,16 \times 10^6}{125 \times 39,57} = P$$

$P = 9,73$ KN (MAX) $\Big\}$ $P_{adm} \leq 8,69$ kN

$$\sigma_T = \frac{0,25 PL \times 30,43}{I} \Rightarrow P = \frac{28,5 \times 1,16 \times 10^6}{125 \times 30,43} = 8,69 \text{ KN}$$

6/15

Politécnica UFRJ

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO**
**ESCOLA POLITÉCNICA**
**DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS**
**SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS**

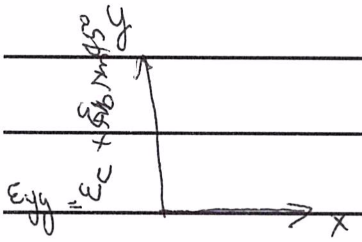
Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024.

Edital nº 377, de 25 de maio de 2022. | DOU nº 102, de 31 de maio de 2022.

| PROVA ESCRITA 05/12/2022 | CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO |
|---|---|
| | OMEZRA |

## RESPOSTA QUESTÃO 3

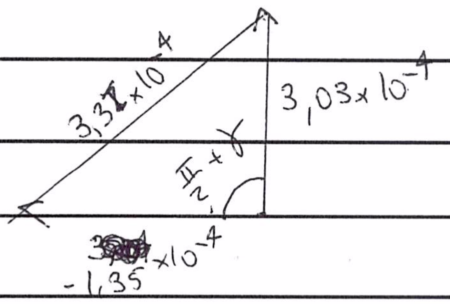
3




$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_a + \varepsilon_b \cos 45$

$\varepsilon_{xx} = -0{,}000220 + 0{,}000120 \cdot \cos 45° = -1{,}35 \times 10^{-4}$

$\varepsilon_{yy} = 0{,}000220 + 0{,}000120 \cdot \sin 45 = 3{,}04 \times 10^{-4}$




$x^2 = (3{,}03 \times 10^{-4})^2 + (1{,}35 \times 10^{-4})^2$

$x = 3{,}32 \times 10^{-4}$

APLICANDO LEI DOS COSSENOS PARA ENCONTRAR $\gamma_{xy}$

$(3{,}32 \times 10^{-4})^2 = (-1{,}35 \times 10^{-4})^2 + (3{,}03 \times 10^{-4})^2 - 2 \cdot (-1{,}35 \times 10^{-4})(3{,}03 \times 10^{-4}) \cdot \cos(\frac{\pi}{2} + \gamma)$

$(0{,}000332)^2 = (-0{,}000135)^2 + (0{,}000303)^2 + 2(0{,}000135)(0{,}000303) \cos(\frac{\pi}{2} + \gamma)$

$2{,}32 \times 10^{-3} = \cos(\frac{\pi}{2} + \gamma)$

7/15

| Politécnica UFRJ | UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO<br>ESCOLA POLITÉCNICA<br>DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS<br>SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS |
|---|---|
| Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024. | |
| Edital nº 377, de 25 de maio de 2022. | DOU nº 102, de 31 de maio de 2022. |

| PROVA ESCRITA<br>05/12/2022 | CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO |
|---|---|
| | OMEZRA |

**RESPOSTA QUESTÃO** 3

3

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) = 2{,}32 \times 10^{-3}$$

$$\cancel{\cos\frac{\pi}{2}}^{0} \cos\gamma - \operatorname{sen}\frac{\pi}{2} \operatorname{sen}\gamma = 2{,}32 \times 10^{-3}$$

$$\operatorname{sen}\gamma = \gamma_{xy}$$

$$\gamma_{xy} = -2{,}32 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} -1{,}35 \times 10^{-4} & -1{,}16 \times 10^{-3} \\ -1{,}16 \times 10^{-3} & 3{,}04 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

DEFORMAÇÕES PRINCIPAIS (AUTO VALOR)

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2}$$

$$\varepsilon_{1,2} = 0{,}845 \times 10^{-4} \pm \sqrt{4{,}81 \times 10^{-8} + 1{,}34 \times 10^{-6}}$$

$$\varepsilon_{1,2} = 0{,}845 \times 10^{-4} \pm 1{,}18 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_1 = 1{,}26 \times 10^{-3} \qquad \varepsilon_2 = -1{,}09 \times 10^{-3}$$

8/15

Politécnica UFRJ

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO**
**ESCOLA POLITÉCNICA**
**DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS**
**SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS**

Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024.

| Edital nº 377, de 25 de maio de 2022. | DOU nº 102, de 31 de maio de 2022. |
|---|---|

| PROVA ESCRITA 05/12/2022 | CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO |
|---|---|
| | OMEZRA |

**RESPOSTA QUESTÃO** 3

DIREÇÕES PRINCIPAIS (AUTO VETOR)

$\varepsilon_1 = 1{,}26 \times 10^{-3}$

$$\begin{bmatrix} -1{,}35\times10^{-4} - 1{,}26\times10^{-3} & -1{,}16\times10^{-3} \\ -1{,}16\times10^{-3} & 3{,}04\times10^{-4} - 1{,}26\times10^{-3} \end{bmatrix}_{2\times2} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$\varepsilon_2 = -1{,}09 \times 10^{-3}$

$$\begin{bmatrix} -1{,}35\times10^{-4} + 1{,}09\times10^{-3} & -1{,}16\times10^{-3} \\ -1{,}16\times10^{-3} & 3{,}04\times10^{-4} + 1{,}09\times10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

UTILIZANDO A RELAÇÃO CONSTITUTIVA

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{1-\nu}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

9/15

| Politécnica UFRJ | UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO<br>ESCOLA POLITÉCNICA<br>DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS<br>SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS |
|---|---|
| Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024. | |
| Edital nº 377, de 25 de maio de 2022. | DOU nº 102, de 31 de maio de 2022. |

| PROVA ESCRITA<br>05/12/2022 | CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO |
|---|---|
| | OMEZRA |

## RESPOSTA QUESTÃO 3

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \varepsilon_{xx} + \frac{E\nu}{1-\nu^2} \cdot \varepsilon_{yy}$$

$$\sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \varepsilon_{xx} \cdot \nu + \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \varepsilon_{yy}$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{1-\nu}{2}\right) \cdot \gamma_{xy}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{200\,000}{1-0{,}3^2} \cdot (-1{,}35 \times 10^{-4}) + \frac{200000 \cdot 0{,}3 \times 3{,}03 \times 10^{-4}}{1-0{,}3^2}$$

$$\sigma_{xx} = -29{,}67 + 19{,}97 = -10 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{yy} = \frac{200\,000}{1-0{,}3^2} \cdot (-1{,}35 \times 10^{-4}) \times 0{,}3 + \frac{200000 \times 3{,}03 \times 10^{-4}}{1-0{,}3^2} = -8{,}9 + 66{,}59$$

$= -$ ~~[illegible]~~

$57{,}7$ MPa

10/15

| PROVA ESCRITA 05/12/2022 | CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO |
|---|---|
| | OMEZRA |

**RESPOSTA QUESTÃO** 3

$$\tau_{xy} = \frac{200000}{(1-0{,}3^2)} \cdot \left(\frac{1-0{,}3}{2}\right) \cdot 3{,}32 \times 10^{-4}$$

$\tau_{xy} = 25{,}54$ MPa

TENSÕES PRINCIPAIS (AUTOVALOR)

$$\sigma = \begin{bmatrix} -10 & 25{,}54 \\ 25{,}54 & 57{,}7 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$\sigma_{1,2} = 23{,}85 \pm 42{,}4$

$\sigma_1 = 66{,}25$ MPa

$\sigma_2 = -18{,}55$ MPa

| Politécnica UFRJ | UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO<br>ESCOLA POLITÉCNICA<br>DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS<br>SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS |
|---|---|
| Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024. | |
| Edital nº 377, de 25 de maio de 2022. | DOU nº 102, de 31 de maio de 2022. |

| PROVA ESCRITA<br>05/12/2022 | CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO |
|---|---|
| | OMEZRA |

**RESPOSTA QUESTÃO** 3

DIREÇÕES PRINCIPAIS (AUTO VETOR)

DEVIDO À $\sigma_1 = 66,25$ MPa

$$\begin{bmatrix} -10-66,25 & 25,54 \\ 25,54 & 57,7-66,25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

DEVIDO À $\sigma_2 = -18,55$ MPa

$$\begin{bmatrix} -10+18,55 & 25,54 \\ 25,54 & 57,7+18,55 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

NÃO DEU TEMPO DE TERMINAR OS CÁLCULOS DOS AUTOVETORES (DIREÇÕES PRINCIPAIS)

| Politécnica UFRJ | UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO<br>ESCOLA POLITÉCNICA<br>DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS<br>SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS |
|---|---|
| Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024. | |
| Edital nº 377, de 25 de maio de 2022. | DOU nº 102, de 31 de maio de 2022. |

| PROVA ESCRITA<br>05/12/2022 | CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO |
|---|---|
| | O MEZRA |

**RESPOSTA QUESTÃO** 2

2

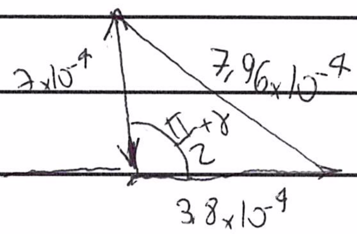
$$\varepsilon_{AC} = \frac{0,03}{30} = 1 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{CB} = -\frac{0,03}{50} = -6 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{AB} = \frac{0,02}{50} = 4 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{xx} = 4 \times 10^{-4} + 1 \times 10^{-3} \cdot \cos 60 - 6 \times 10^{-4} \cdot \cos 30 = 3,8 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{yy} = 1 \times 10^{-3} \operatorname{sen} 60 - 6 \times 10^{-4} \operatorname{sen} 30 = 7,66 \times 10^{-4}$$




$$(7,96 \times 10^{-4})^2 = (7 \times 10^{-4})^2 + (3,8 \times 10^{-4})^2 - 2 \times 7 \cdot 10^{-4} \cdot 3,8 \times 10^{-4} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \gamma_x\right)$$

13/15

| PROVA ESCRITA 05/12/2022 | CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO |
|---|---|
| | OMEZRA |

**RESPOSTA QUESTÃO** 2

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} \end{bmatrix}$$

PARA DETERMINAR AS COMPONENTES $\sigma_{xx}$, $\sigma_{yy}$ e $\tau_{xy}$ UTILIZAR A RELAÇÃO CONSTITUTIVA DO MATERIAL

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

ENCONTRAR: $\sigma_{xx}$, $\sigma_{yy}$ e $\tau_{xy}$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

→ DETERMINAR AS TENSÕES PRINCIPAIS $\sigma_1$ E $\sigma_2$ (ANÁLISE DE AUTO VALOR).

| PROVA ESCRITA 05/12/2022 | CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO |
|---|---|
| | OMEZRA |

**RESPOSTA QUESTÃO** 2

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma x + \sigma y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma x - \sigma y}{2}\right)^2 + \tau xy^2}$$

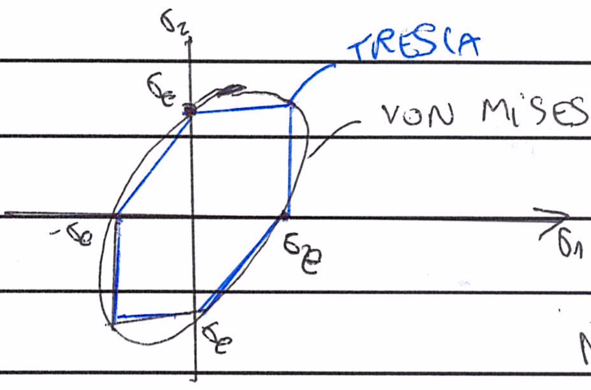
$\sigma_1$ É O MAIS POSITIVO

$$\sigma_1 = \frac{\sigma x + \sigma y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma x - \sigma y}{2}\right)^2 + \tau xy^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma x + \sigma y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma x - \sigma y}{2}\right)^2 + \tau xy^2}$$

$$\tau_{MAX} = \sqrt{\left(\frac{\sigma x - \sigma y}{2}\right)^2 + \tau xy^2}$$

VERIFICAR VON MISES E TRESCA




CASO OS VALORES DAS TENSÕES PRINCIPAIS ESTIVEREM DENTRO DA SUPERFÍCIE HAVERÁ SEGURANÇA

NÃO DEU TEMPO PARA OS CÁLCULOS.

15/15