UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
ESCOLA POLITÉCNICA

ATASRJ

CONCURSO DE PROVAS E TÍTULOS DO MAGISTÉRIO SUPERIOR

EDITAL N° 377 DE 25/05/2022, PUBLICADO NO DOU N° 102 DE 31/05/2022

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS – SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS – VAGA MC-024

QUESTÕES - PROVA ESCRITA

Conforme o Inciso III do Artigo 35 da Resolução n° 15/2020 do CONSUNI, seguem as questões da Prova Escrita:

1. **(PONTO 7)**

Considere a viga composta de uma matriz de resina com cabos de aço em seu interior, conforme mostrado na figura 1. O ensaio de tração da resina também é indicado na figura 1, assim como a disposição dos fios de aço na seção transversal da viga.

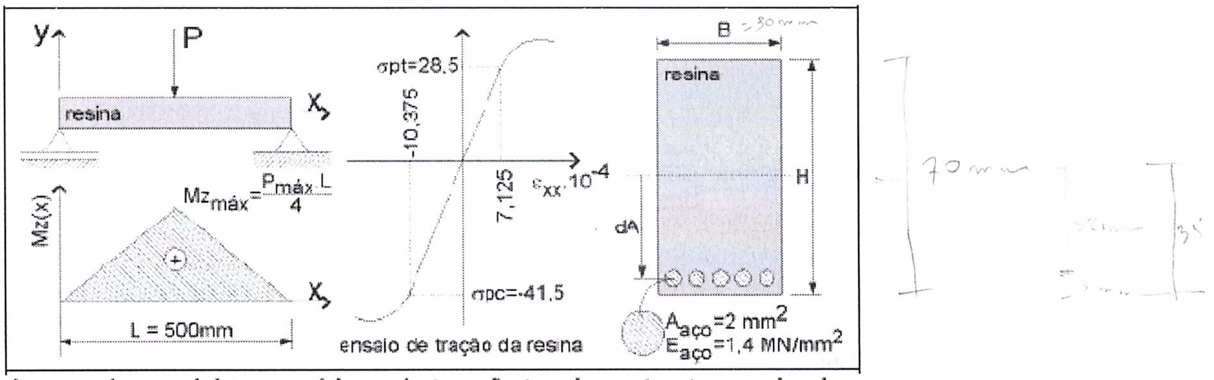


Figura 1 – Viga de múltiplos materiais, ensaio de tração da resina e cabos de aço no interior.

O objetivo do projeto é fazer com que haja um aproveitamento máximo das propriedades mecânicas da resina. Deseja-se que, quando ocorrer o carregamento máximo, a resina esteja simultaneamente sujeita à sua máxima tensão de compressão na parte superior (41,5 Nmm²), e à sua máxima tensão de tração na parte inferior (28,5 N/mm²).

41,5 N/mm²

Pode-se ajustar a posição da linha neutra para que essas duas tensões ocorram na resina, como mostrado na figura 2. Por meio da introdução de fios de aço pode-se levantar ou abaixar a posição da linha neutra.

Dados: **H** = 70 mm, **B** = 30 mm e **dA** = 32 mm, qual o número de fios de aço a serem adicionados para que esse requisito de projeto seja satisfeito? Nesta situação, qual a carga $P_{máx}$ que a viga pode suportar, e quais são as tensões máximas atuantes no aço?

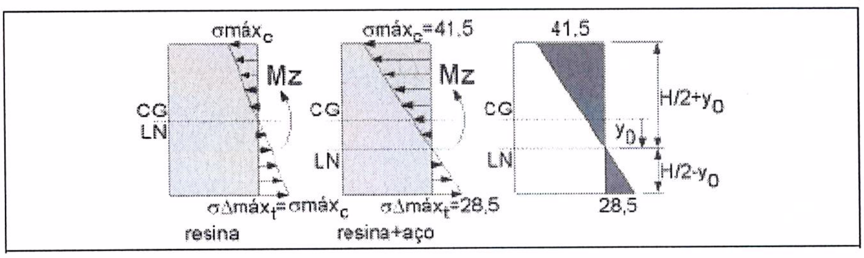


Figura 2 – Posição da linha neutra para que as tensões atuem simultaneamente.

ATA SKJ

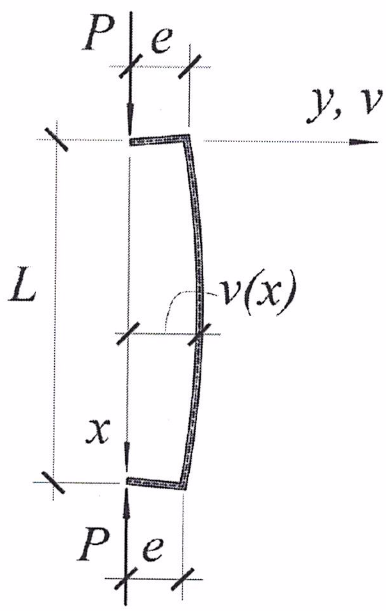
$$\left\{\begin{array}{c}\epsilon_{xx}\\ \epsilon_{yy}\\ \gamma_{xy}\end{array}\right\}=\frac{1}{E}\left[\begin{array}{ccc}1 & -\nu & 0\\ -\nu & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2(1+\nu)\end{array}\right]\left\{\begin{array}{c}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \tau_{xy}\end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{c}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \tau_{xy}\end{array}\right\}=\frac{E}{(1-\nu^2)}\left[\begin{array}{ccc}1 & \nu & 0\\ \nu & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2}\end{array}\right]\left\{\begin{array}{c}\epsilon_{xx}\\ \epsilon_{yy}\\ \gamma_{xy}\end{array}\right\}$$

Equações constitutivas no Estado Plano de Tensão

ATA SRS

4. **(PONTO 11)**



Considere a coluna excentricamente comprimida da figura ee a teoria clássica das vigas. P é a força normal e e é o valor das excentricidades em ambas extremidades. A origem do sistema de coordenadas xy é definida no ponto de aplicação da força na extremidade superior. A posição da deformada elástica na direção y é representada por $v(x)$. O comprimento da coluna é L, o módulo de elasticidade do material é E e o momento de inércia da seção transversal da coluna é I.

Pede-se

estabelecer a equação diferencial da deformada $v(x)$ e a forma geral da solução,

determinar as constantes a partir de condições de contorno,

apresentar a expressão final da deformada $v(x)$, e

determinar a excentricidade $v(L/2)$, em $x = L/2$.

Sugestões: Podem ser adotadas outras convenções de sinais, mas considerando o momento fletor como $M = -\int_A \sigma y \, dA$ tem-se $d^2v/dx^2 = M/EI$ e $M(0) = M(L) = -Pe$.

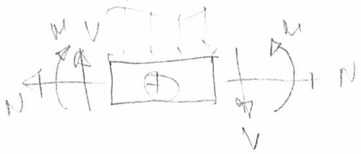
ATA 5ªRJ

Flexão simples: $N = 0$

FLEXÃO PURA: $M \neq 0$, $N = 0$, $V = 0$

FLEXÃO COMPOSTA: $N \neq 0$

$$\frac{dV}{dx} = -q(x)$$



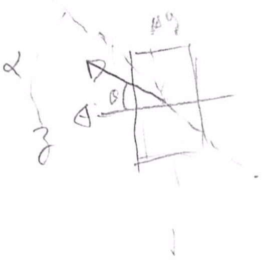
$$\frac{dM}{dx} = V$$

$$\sigma = -\frac{My}{I} \quad ; \quad \sigma_{max} = \frac{Mc}{I}$$

Seção transversal assimétrica: $\operatorname{tg} 2\theta_p = \frac{-I_{xy}}{(I_x - I_y)/2}$, $I_{xy} = \int xy\, dA$, $I_x = \int y^2 dA$, $I_y = \int x^2 dA$

↳ θ_{p_1} e θ_{p_2} separados por um ângulo de 90°

Flexão oblíqua: A direção de M não coincide com a de um eixo principal de inércia



$M_z = M\cos\theta$

$M_y = M \operatorname{sen}\theta$

$$\sigma = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$

Para determinar LN faz-se $\sigma = 0$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{I_z}{I_y}\operatorname{tg}\theta$

$\alpha \to$ determina o eixo neutro

· Vigas de materiais diferentes

Deformação

Para seção considerada em seu estado original → no material 1: $\sigma_1 = -\frac{M E_1}{E_1 I_1 + E_2 I_2} y$

no material 2: $\sigma_2 = -\frac{M E_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} y$

obtidas a partir da condição de o momento fletor resultante na seção ser igual a M

· Método da seção transformada

$n = \frac{E_1}{E_2}$; $b_T = nb$; $\sigma = n\,\sigma_T$

Tensão de cisalhamento $\tau = \frac{VQ}{It}$

$Q = \int_{A'} y\, dA' = \bar{y}'A'$

Para seção retangular: $\tau_{max} = 1{,}5\frac{V}{A}$ (na seção, constante; A → área da seção)

Projeto de Vigas

Projeto

$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{rup}}{F_S}$; $\tau_{adm} = \frac{\tau_{rup}}{F_S}$

$\frac{M_{max}\, c}{I} \leq \sigma_{adm} \Rightarrow \frac{I}{c} \geq \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}}$ (M_{max} → máximo em toda a peça)

$\boxed{S \geq S_{req}}$

$S = \frac{I}{c}$ → módulo de resistência

$S_{req} = \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}}$ → módulo de resistência à flexão (mínimo) requerido

Projeto com base na resistência: para a seção resistir a M e V

Politécnica UFRJ	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO ESCOLA POLITÉCNICA DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS
Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024.	
Edital nº 377, de 25 de maio de 2022.	DOU nº 102, de 31 de maio de 2022.

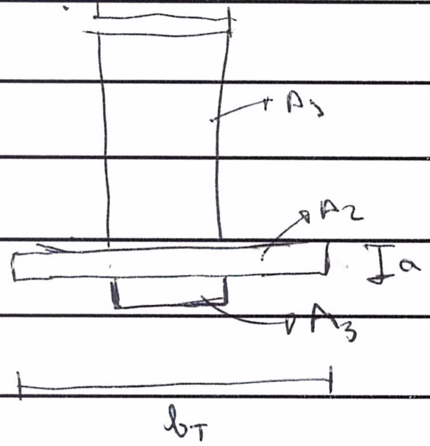
PROVA ESCRITA 05/12/2022	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO
	ATA5RJ

RESPOSTA QUESTÃO 1

QUESTÃO 1

- Resolvendo pelo método da seção transformada

$$n = \frac{E_{AÇO}}{E_{RESIN}} = 344370{,}861$$



$b_T = nB$

Centroide : $\bar{y} = \dfrac{\bar{y}_1 A_1 + \bar{y}_2 A_2 + \bar{y}_3 A_3}{A_1 + A_2 + A_3}$

$\bar{y}_1 = 36{,}5 + 0{,}25a$

$\bar{y}_2 = 3\ mm$

$\bar{y}_3 = 1{,}5 - 0{,}25a$

$A_1 = (67 - 0{,}5a) \cdot 30$

$A_2 = 30\,na$

$A_3 = (3 - 0{,}5a) \cdot 30$

$$\bar{y} = \frac{6{,}9455 + 3a(n-1)}{70 + a(n-1)} \quad (1')$$

Cálculo de I :

PROVA ESCRITA 05/12/2022	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO
	ATASRJ

RESPOSTA QUESTÃO 1

$I = I_1 + I_2 + I_3$ (2)

$I_1 = \dfrac{70 \cdot (67 - 0,5a)^3}{12} + 70\,(67 - 0,5a)(36,5 + 0,25a - \bar{y})^2$

$I_2 = \dfrac{30na^3}{12} + 30na\,(\bar{y} - 3)^2$

$I_3 = \dfrac{70 \cdot (3 - 0,5a)^3}{12} + 70 \cdot (3 - 0,5a)\,(\bar{y} - 1,5 + 0,25a)^2$

- Na compressão

$\sigma_{max} = \dfrac{Mc}{I} = \dfrac{M(70 - \bar{y})}{I} = 41,5$ ~~$\Rightarrow M =$~~

$M \cdot (70 - \bar{y}) = 41,5\, I$ (3)

- Na tração

$\sigma_{max} = \dfrac{Mc}{I} = \dfrac{M\bar{y}}{I} = 28,5 \Rightarrow M\bar{y} = 28,5\, I$ (4)

Politécnica UFRJ	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO ESCOLA POLITÉCNICA DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS
Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024.	
Edital nº 377, de 25 de maio de 2022.	DOU nº 102, de 31 de maio de 2022.

PROVA ESCRITA 05/12/2022	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO
	ATASRJ

RESPOSTA QUESTÃO 1

Como $\bar{y}$ e I ~~são~~ dependem apenas de a, pode substituir esses parâmetros nas ~~eq. (4)~~ eqs (3) e (4), obtendo-se um sistema de 2 equações e 2 incógnitas (M e a). Obtendo-se M e a, pode-se obter a área de aço (após a transformação para a seção original) e o valor da carga máxima.

Politécnica UFRJ

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024.

Edital nº 377, de 25 de maio de 2022. | DOU nº 102, de 31 de maio de 2022.

PROVA ESCRITA 05/12/2022	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO
	ATA5RJ

RESPOSTA QUESTÃO 2

QUESTÃO 2

$\varepsilon_1 = 4 \cdot 10^{-3}$; $\varepsilon_2 = 0{,}01$; $\varepsilon_3 = -6 \cdot 10^{-3}$

Determinação de ε_x

Para ε_1 $\left\{ 4 \cdot 10^{-3} = \dfrac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \dfrac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 0° + \varepsilon_{xy} \operatorname{sen} 0° \right.$

$\Rightarrow \varepsilon_x = 4 \cdot 10^{-3}$ (1)

Determinação de ε_y e τ_{xy}

Para ε_2 $\left\{ 0{,}01 = \dfrac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \dfrac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 120° + \varepsilon_{xy} \operatorname{sen} 120° \right.$

Considerando a eq. (1), tem-se

$0{,}75 \varepsilon_y + 0{,}87 \varepsilon_{xy} = 9 \cdot 10^{-3}$ (2)

Para ε_3 $\left\{ -6 \cdot 10^{-3} = \dfrac{4 \cdot 10^{-3} + \varepsilon_y}{2} + \dfrac{4 \cdot 10^{-3} - \varepsilon_y}{2} \cdot \cos 300° + \varepsilon_{xy} \operatorname{sen} 300° \right.$

$-6 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^{-3} + 0{,}25 \varepsilon_y - 0{,}87 \varepsilon_{xy}$

$0{,}87 \varepsilon_{xy} = 0{,}25 \varepsilon_y + 9 \cdot 10^{-3}$ (3)

PROVA ESCRITA 05/12/2022	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO
	ATA SRJ

RESPOSTA QUESTÃO 2

(2) em (3)

$$0,75\,\varepsilon_y + 0,25\,\varepsilon_y + 9.10^{-3} = 9.10^{-3}$$

$$\varepsilon_y = 0 \qquad (4)$$

De (3)

$$\varepsilon_{xy} = \frac{9.10^{-3}}{0,87} = 0,01 \qquad (5)$$

Usando-se as relações:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \nu\,\sigma_y\right) \qquad (6)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left(-\nu\,\sigma_x + \sigma_y\right) \qquad (7)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\tau}{E} = \frac{\tau . 2 . (1+\nu)}{E} \qquad (8)$$

Obtém-se, substituindo (4) em (7):

$$\sigma_y = \nu\,\sigma_x \qquad (9)$$

PROVA ESCRITA 05/12/2022	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO
	ATASRJ

RESPOSTA QUESTÃO 2

(9) em (6):

$$4 \cdot 10^{-3} = \frac{1}{70 \cdot 10^3}(\sigma_x - \nu^2 \sigma_x)$$

Como $\nu = 0,3$, tem-se

$$\sigma_x = 307,7 \text{ MPa}$$

De (9):

$$\sigma_y = 0,3 \cdot 307,7 = 92,1 \text{ MPa}$$

~~(5) em (7)~~

De (5) em (8), obtém-se:

$$\tau_{xy} = \frac{70 \cdot 10^3 \cdot 0,01}{2 \cdot (1+0,3)} = 269,23 \text{ MPa}$$

- Critério de Tresca

$$\sqrt{(307,7 - 92,1)^2 + 4 \cdot 269,23^2} = 580 \text{ MPa} > 120 \text{ MPa}$$

Tensão de escoamento

Ocorre falha por escoamento

Politécnica UFRJ	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO ESCOLA POLITÉCNICA DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS
Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024.	
Edital nº 377, de 25 de maio de 2022.	DOU nº 102, de 31 de maio de 2022.

PROVA ESCRITA 05/12/2022	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO
	ATA SRJ

RESPOSTA QUESTÃO 2

– Critério de von Mises

$$\sqrt{307{,}7^2 + 92{,}1^2 - 307{,}7 \cdot 92{,}1 + 3 \cdot 269{,}23^2} = 540\ \text{MPa}$$

$\nearrow 120\ \text{MPa}$

No critério de von Mises também ocorre falha por escoamento.

Politécnica UFRJ

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024.

Edital n° 377, de 25 de maio de 2022. DOU nº 102, de 31 de maio de 2022.

PROVA ESCRITA 05/12/2022	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO
	ATA S RJ

RESPOSTA QUESTÃO 3

QUESTÃO 3

A questão 3 segue procedimento similar ao da questão 2, em que foram determinadas as deformações ε_x, ε_y e ε_{xy}. Depois foram calculadas as tensões σ_x, σ_y e τ_{xy}, e em seguida as tensões principais. As direções principais podem ser determinadas por

$$tg\, 2\theta_p = \frac{\tau_{xy}}{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}}$$

Politécnica UFRJ	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO ESCOLA POLITÉCNICA DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS
Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024.	
Edital nº 377, de 25 de maio de 2022.	DOU nº 102, de 31 de maio de 2022.

PROVA ESCRITA 05/12/2022	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO

RESPOSTA QUESTÃO

Politécnica UFRJ	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO ESCOLA POLITÉCNICA DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS SETOR DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS
Concurso Público para provimento efetivo de vagas no cargo de Professor da Carreira de Magistério Superior – MC-024.	
Edital nº 377, de 25 de maio de 2022.	DOU nº 102, de 31 de maio de 2022.

PROVA ESCRITA 05/12/2022	CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO

RESPOSTA QUESTÃO